

4.4- LES FONCTIONS DE PRODUCTION AGREGÉES

Nous avons vu au chapitre 3.2 le contraste entre les théories de Clark et de Wicksteed à propos de la production. Prenant progressivement de l'ascendant, les économistes clarkiens vont s'approprier la fonction de production en la dénaturant par rapport à sa forme wicksteetienne. Ils en arrivent à ce qu'on appelle la *fonction de production agrégée*, qui se présente comme suit :

$$P_F = F(K,L) \quad (4.34)$$

Le volume de la production totale dans l'économie (P_F) est fonction de la quantité de travail (L) et de la quantité de capital (K). Wicksteed s'intéressait lui à la relation entre une production particulière et les quantités de chacun des nombreux facteurs qui y intervenaient. On assiste donc une double agrégation : les divers facteurs sont rassemblés en deux groupes et les unités de production sont conglomérés au niveau d'une économie ou de l'industrie dans son ensemble.

La fonction de production agrégée la plus connue est celle dite de Cobb-Douglas, dont la formule est :

$$P_F = b.K^\alpha.L^\beta \quad (4.35)$$

Où α , β et b sont trois paramètres affectant les variables K et L . Il se fait que les exposants α et β correspondent à la part du produit P_F obtenues respectivement par le facteur K ou L . Montrons-le avec K : la dérivation partielle de (4.35) par rapport à K donne $\partial P_F / \partial K = \alpha.P_F / K$. Multipliant cette rémunération unitaire par la quantité de capital K , on obtient que la rémunération totale du capital égale $\alpha.P_F$.

Cette fonction fut « inventée » par Wicksell lors du traitement du problème d'Akerman, mais c'est l'économiste Paul Douglas qui la rendit célèbre en la testant empiriquement avec l'aide du mathématicien Charles Cobb, dans l'article « A Theory of Production » qu'ils publièrent en 1928 et que nous allons résumer.

Cette fonction est homogène de degré un lorsque $\alpha + \beta = 1$. Voulant défendre la théorie de la productivité marginale comme explication de la répartition du revenu, nos auteurs privilégient logiquement l'hypothèse des rendements d'échelle constants, nécessaire à l'épuisement du produit¹. En estimant les paramètres α , β et b par la méthode des moindres carrés, Cobb et Douglas arrivent à l'équation :

$$P_F = 1,01.K^{1/4}.L^{3/4} \quad (4.36)$$

L'étude porte sur les statistiques de la production manufacturière américaine au niveau macroéconomique, entre 1899 et 1922. Cobb et Douglas travaillent, non pas avec les valeurs absolues de P , K et L mais avec leurs indices annuels où l'année 1899 sert de base (100)².

¹ Si $\alpha + \beta > 1$, on aurait des rendements croissants ; si $\alpha + \beta < 1$, on aurait des rendements décroissants.

² Les statistiques étant moins élaborées à l'époque, Cobb et Douglas durent pas mal manipuler les données pour les rendre assimilables par leur exercice. Concernant le capital, ils partirent de la valeur des bâtiments et des machines qu'ils déflatèrent à l'aide d'un indice des prix.

A noter que le capital ne comporte que le capital fixe et la main d'œuvre se limite aux travailleurs manuels. Ces deux restrictions me paraissent critiquables.

Le premier test concerne la corrélation entre P (l'indice de la production suivant les statistiques) et P_F (la production théorique). Le coefficient de corrélation obtenu est de 0,94 (après avoir neutralisé l'influence du trend croissant, source d'une corrélation trop facile). Les auteurs se félicitent de ce résultat, dont ils déduisent que « the equation $P_F = 1,01.L^{3/4}.K^{1/4}$ describes in a fairly accurate manner the actual processes of production in manufacturing during this period »³. Ils constatent avec satisfaction que P et P_F suivent tous deux le cycle conjoncturel. En fait, les fluctuations de P_F sont moins amples que celles de P , ce qui s'explique par une double déficience des données statistiques entrantes :

- elles ne tiennent pas compte du fait qu'une partie de la capacité de production (K) demeure inemployée pendant les dépressions
- elles ignorent les heures supplémentaires du personnel, plus nombreuses pendant les phases d'expansion, car la main-d'œuvre (L) est simplement comptée en hommes et non en hommes/heures.

Cobb et Douglas montrent également que :

- la productivité marginale du travail égale $0,75.P/L$
- la productivité marginale du capital égale $0,25.P/K$
- la masse salariale totale égale $0,75.P$
- le profit total égale $0,25.P$
- la répartition du revenu est $3/4$ pour le travail et $1/4$ pour le capital. Ces parts sont donc indépendantes du rapport K/L (intensité capitaliste)⁴.

Le deuxième test porte sur la corrélation entre la masse salariale totale telle que calculée ci-dessus (toujours en indice) et l'indice des salaires réels sortant directement des statistiques. Le coefficient de corrélation n'est cette fois plus que de 0,69 ; les mouvements à court terme ne sont quasiment pas corrélés, contrairement aux tendances⁵. Mais Cobb et Douglas estiment ce résultat suffisant pour conforter la théorie.

Autre motif de satisfaction pour les auteurs : d'autres études statistiques confirment la part de $3/4$ allant au travail.

Cobb et Douglas reconnaissent que de nombreuses améliorations pourraient être apportées à leur exercice statistique mais ne doutent pas que la théorie de la productivité marginale en sort confortée. A tel point qu'ils se sentent obligés de mettre en garde contre la conclusion hâtive qu'on pourrait en tirer quant à la justification éthique de l'ordre social existant. Ils écrivent : « ...even if there were precise correspondence, it would not furnish any light upon the question as to whether capital for example should be privately owned to the degree to which it is in our society. For while capital may be "productive", it does not follow that the capitalist always is. »⁶. Même un communiste devrait pouvoir croire en la théorie de la productivité marginale.

³ Cobb et Douglas [62] p. 159.

⁴ L'élasticité de substitution de la fonction de Cobb-Douglas est toujours uniformément égale à l'unité. Puisque les parts respectives des deux facteurs restent constantes lorsque le rapport K/L augmente, on en conclut que la baisse du rapport R/W (profit/salaire) qui accompagne la hausse du rapport K/L doit la compenser exactement. Rappelons que le concept de l'élasticité de substitution date de 1932 (quatre ans après l'article de Cobb et Douglas).

⁵ La corrélation entre les moyennes mobiles sur sept ans monte à 0,89.

⁶ Cobb et Douglas [62] p. 164

Comme nous le verrons plus loin, la macroéconomie moderne recourt intensivement à la fonction de Cobb-Douglas. Elle a toutefois fait l'objet de critiques. Ainsi, Blaug s'étonne de ce miracle qu'une fonction de Cobb-Douglas homogène de degré un règle la rémunération des facteurs dans nos économies, « malgré les monopoles, les impôts, les secteurs nationalisés et les syndicats de travailleurs »⁷.

*

Appendice : les suites de l'article de 1928

Après leur article de 1928, Cobb et Douglas ont persévéré dans la voie ainsi tracée, en améliorant certains aspects de leur méthode et en l'appliquant à d'autres données. Depuis lors, les analyses de ce type se sont multipliées. D'une façon générale, les résultats se révèlent plutôt encourageants pour la théorie de la productivité marginale.

Une première amélioration a été de ne plus imposer l'hypothèse des rendements d'échelle constants. Les exposants α et β deviennent tous deux endogènes. Si la somme $\alpha+\beta$ s'approche de l'unité, les résultats de 1928 jouissent d'une confirmation supplémentaire. Reconnaisant que "The use of time-series data in computing the production functions carried with it a host of technical problems", Douglas écrit dans un article paru en 1976 qui retrace l'histoire de sa fonction de production : "The second important change introduced was to substitute cross-section studies of separate industry observations for the previous time series" (1976 p.905).

Dans ce même article, Douglas se félicite du résultat de ces études. Elles s'accordent sur une somme $\alpha+\beta$ proche de l'unité. En outre, les valeurs de α et β sont toujours proches des parts relatives du revenu national que les statistiques reconnaissent au capital et au travail.

Mais ces résultats sont controversés. Le désaccord ne porte pas ici sur la conformité des données calculées avec les données observées : celle-ci est indiscutable. Le travail de Cobb et Douglas s'est vu adresser de nombreuses critiques contre la méthodologie statistique ou contre l'une ou l'autre lacunes et ce, dès la parution de l'article en 1928. L'une des principales est de ne pas avoir isolé le progrès technologique⁸.

Une autre critique se place au niveau théorique : l'agrégation de fonctions microéconomiques en une fonction de production macroéconomique n'est valide que moyennant des conditions très restrictives. Franklin Fisher le démontre mathématiquement dans l'article "The Existence of Aggregate Production Functions" (1969).

Venons-en à la critique principale, qui dénie toute signification à la bonne tenue de la fonction de Cobb-Douglas dans les tests empiriques. Sa robustesse s'expliquerait par une raison tout autre que la coïncidence entre la fonction et l'économie réelle. Cet argument est le fait de grands économistes comme Phelps-Brown, Simon et Samuelson. L'article "The Estimation of the Cobb-Douglas Function : A Retrospective View" de Felipe et Adams synthétise fort bien cette problématique.

⁷ Blaug [35] p. 554

⁸ Il faudra attendre 1957 pour que Solow introduise le progrès technique dans une fonction de production

Ecrivons l'identité, de nature tautologique, entre d'une part, le produit-revenu national et d'autre part, la somme du salaire unitaire multiplié par la quantité de travail plus le taux de profit multiplié par le capital. Ce dernier terme comporte aussi bien le coût normal du capital que le profit pur ;

$$P \equiv a.L + r.K \quad (29-1)$$

Appelons α' la part relative du salaire dans le revenu, déduite de (29-1). On a $\alpha' = a.L/P$

Comme nous l'avons vu, à partir de la dérivée partielle de la fonction de Cobb-Douglas par rapport à L , il vient que $\alpha = a.L/P$ (où $a = \partial P/\partial L$).

Il y a donc égalité entre le α de Cobb-Douglas et le α' de l'identité comptable.

Felipe et Adams en concluent : "As Samuelson (1979) conjectured, this explanation is that all the aggregate Cobb-Douglas function regression captures is the path of the value added accounting identity according to which value added equals the sum of the wage bill plus total profits" (2005 p.430). L'identité (7) peut toujours être transformée en une fonction $P = F(K,L,t)$. Les auteurs ajoutent : "since what has been estimated is simply an identity, or a very good approximation of it, nothing can be inferred" (2005 p.434). Similairement, les estimations sont condamnées à aboutir à une somme $\alpha+\beta$ proche de un.

Retravaillant les données de l'article de 1928, Felipe et Adams font également la constatation surprenante que la corrélation de la fonction Cobb-Douglas avec les données réelles se dégrade si l'on ajoute la variable t pour tenir compte du progrès technique : β prend alors des valeurs négatives.