2.4.1. Cournot : l'introduction du calcul différentiel en économie

Antoine Augustin Cournot était un mathématicien réputé. Ses « Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses » (1838) sont le premier véritable ouvrage d'économie mathématique. Pour la première fois, un ouvrage économique abonde d'équations et de graphiques. Cournot est un précurseur de la théorie néoclassique que nous étudierons aux titres III et IV; ce sont d'ailleurs Walras et Jevons qui permettront à l'ouvrage de Cournot de sortir de l'anonymat.

A propos du concept de **valeur**, Cournot émet cette intéressante remarque : « De même que nous ne pouvons assigner la situation d'un point que par rapport à d'autres points, ainsi nous ne pouvons assigner la valeur d'une denrée que par rapport à d'autres denrées. Il n'y a en ce sens que des valeurs relatives. Mais lorsque ces valeurs relatives viennent à changer, nous concevons clairement que la raison de cette variation peut se trouver dans le changement de l'un des termes du rapport, ou de l'autre ou de tous deux à la fois »[1]. Contrairement à Ricardo, Cournot croit sans espoir la recherche d'un étalon invariant.

La fonction de **demande** est centrale dans l'analyse de Cournot. Elle est représentée mathématiquement par la fonction $D = F(p)$ où p est le prix du bien concerné. La fonction F est évidemment décroissante. Sa forme dépend de facteurs comme les goûts des consommateurs, la distribution des revenus… La fonction réciproque $p = f(D)$ fera également quelques apparitions dans les développements mathématiques qui suivent.

Chez Cournot, la fonction de demande n'est pas confrontée à une fonction d'offre. La variable D représente donc aussi bien la quantité produite et la quantité échangée que la quantité demandée.

Cournot pose l'hypothèse que la fonction $F(p)$ est continue, « c'est-à-dire une fonction qui ne passe pas soudainement d'une valeur à une autre, mais qui prend dans l'intervalle toutes les valeurs intermédiaires ».

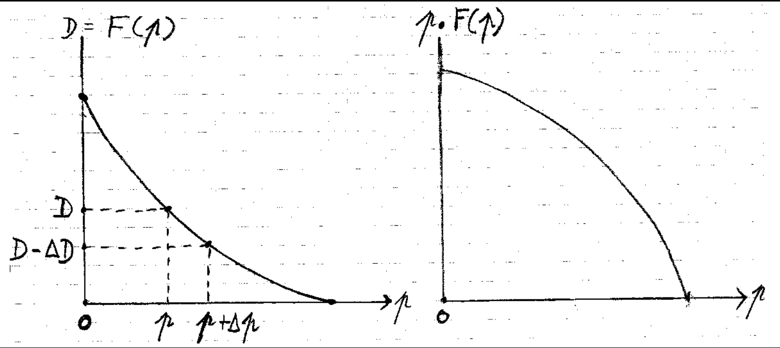
En multipliant la quantité échangée par le prix, on obtient évidemment le chiffre d'affaires total du marché, exprimé par la formule $p.F(p)$, qui est également une fonction de p. Cournot s'intéresse à sa maximisation. Pour des quantités très faibles de même que pour des prix très faibles, le chiffre d'affaire sera peu élevé, mais entre ces extrêmes il existe une valeur de p qui maximise le chiffre d'affaires. On sait qu'une fonction atteint un maximum lorsque sa dérivée s'annule ; dans le cas de notre chiffre d'affaires, cette condition s'écrit[2] :

$$F(p) + p.F'(p) = 0 \qquad (2.4)$$

[1] Cournot [64] p. 16

[2] Pour avoir la certitude qu'il y ait un maximum unique, il faut que la dérivée seconde F" soit négative (concavité vers l'abscisse). Selon Cournot, même en dehors de cette condition, il est très improbable que dans un intervalle de variation de *p* réaliste, la fonction p.F(p) puisse avoir un minimum.

Graphique 2.2 : la loi de la demande selon Cournot



Supposons maintenant que le prix augmente de *p* à p+Δp ; il s'ensuivra une baisse de la demande de *D* à D-ΔD. Quel sera l'effet sur le chiffre d'affaires ? L'évolution de celui-ci dépendra du solde entre ces deux influences opposées, l'influence positive du prix et l'influence négative de la demande. Cournot montre que le chiffre d'affaires augmentera si $\Delta D/\Delta p < D/p$ et diminuera dans le cas contraire.

Après la demande, Cournot introduit le **coût de production**. Le coût total [3] de la production *D* est représenté par la fonction φ(D). Sa dérivée φ'(D) est également une fonction de *D* et représente la variation du coût total dû à une variation infinitésimale de la quantité *D*. Cournot juge la fonction φ' plus significative que la fonction φ. Ce concept sera appelé plus tard *coût marginal*. Quand *D* augmente, *φ'* peut soit croître soit décroître, mais il sera toujours positif. Cournot le voit croissant dans les activités d'exploitation du sol ou du sous-sol comme l'agriculture et les mines et décroissant dans l'activité manufacturière (au moins jusqu'à une certaine échelle où le renchérissement des matières premières et des salaires le ferait augmenter).

*

Pour analyser les lois du marché, Cournot passant successivement en revue les différentes formes de marché dans l'ordre croissant du nombre d'offreurs : le monopole, le duopole, l'oligopole et enfin la concurrence parfaite (que Cournot appelle la *concurrence indéfinie*). Pour chaque structure de marché, il détermine le prix, la quantité échangée et le profit des offreurs à l'équilibre, toujours à partir d'une même méthode : l'annulation de la dérivée de la fonction de profit.

Commençons par le **monopole.** La fonction de profit est la quantité multipliée par le profit unitaire, lui-même égal à la différence entre le prix et le coût unitaire :

$$F(p).[p - \varphi(D)/D] \qquad (2.5)$$

A partir de maintenant, nous simplifierons l'exposé en supposant un coût nul. Il faut donc maximiser p.F(p), problème dont la solution est donnée par l'équation (2.4).

Cournot enchaîne avec l'**oligopole** (concurrence entre un nombre restreint d'offreurs), dont le **duopole** est la forme élémentaire ; toute entente entre les producteurs est exclue par hypothèse, car elle nous ramènerait au cas précédent (monopole). *D* se décompose en $D_1 + D_2$, les parts de marché respectives des deux duopoleurs notés (1) et (2). Par hypothèse, les produits offerts sont identiques et c'est donc une même

[3] Le coût comprend la rémunération de tous les facteurs, y compris le capital.

fonction F(p) qui gouverne la demande des deux offreurs. Le prix est quant à lui une fonction *f* de la quantité totale $D_1 + D_2$.

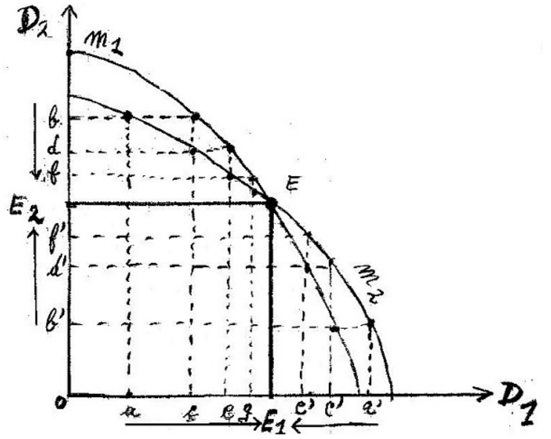
A coût nul, le profit du producteur (1) et celui du producteur (2) valent respectivement $D_1.f(D_1+D_2)$ et $D_2.f(D_1+D_2)$. Ce sont des fonctions à deux variables : D_1 et D_2. La dérivée à annuler est la dérivée partielle par rapport à la variable contrôlée : D_1 pour l'offreur (1) et D_2 pour l'offreur (2).

La maximisation du profit de l'offreur (1) et celle de l'offreur (2) sont données respectivement par les formules 2.6-A et 2.6-B qui forment ensemble un système d'équation simultanées permettant de déterminer *p*, D_1 et D_2 :

$$f(D_1+D_2)+ D_1.f'(D_1+D_2) = 0 \qquad (2.6\text{-A})$$
$$f(D_1+D_2)+ D_2.f'(D_1+D_2) = 0 \qquad (2.6\text{-B})$$

Comme le montrent les équations (2.6), D_1 est fonction de D_2 et vice versa. Le graphique 2.3 affiche deux courbes : la courbe m_1 représente les valeurs de D_1 décidées par le producteur (1) en fonction des valeurs de D_2, de façon à respecter la règle de maximisation (2.6-A) ; la courbe m_2 représente les décisions du producteur (2) en fonction des valeurs de D_1. On peut les considérer comme des réactions d'un offreur aux décisions de l'autre. L'équilibre est donné par l'intersection de ces deux courbes et se caractérise notamment par l'égalité entre D_1 et D_2[4].

Graphique 2.3 : l'équilibre du duopole



Le graphique 2.3 expose un processus itératif où chaque producteur réagit à la décision précédente de son concurrent et se rapproche ainsi de sa position d'équilibre. Le producteur (1) commence et fixe D_1 à la valeur *a*. En réponse, le producteur (2) fixe D_2 à la valeur *b* ; en réponse, $D_1 = c$, puis $D_2 = d$; puis $D_1= e$… La concurrence converge vers un équilibre *E* où $D_1 = E_1$ et $D_2 = E_2$. Si le producteur (1) avait fixé sa première quantité à D_1 = a', on aurait eu la suite a'-b'-c'-d'-e'… qui aurait convergé vers ce même équilibre. D'où qu'on vienne, on est attiré par ce point d'équilibre qui est donc stable. Certes, cette conclusion est dépendante de la forme des courbes ; si m_1 avait la

[4] Ce résultat est lié à la double simplification : produit homogène et coûts non pris en compte. Dans des conditions plus réalistes, toutes autres choses restant égales, le producteur avec le coût marginal le plus faible aura la part de marché la plus grande.

forme de m_2 et vice versa, l'équilibre serait instable. Mais Cournot montre que lorsque $D_1 = 0$, l'équation (2.6-A) vaut nécessairement plus que (2.6-B).

En additionnant les équations 2.6-A et 2.6-B, on obtient l'équation du marché, qui après quelques manipulations algébriques devient :

$$D + 2p.\frac{dD}{dp} = 0 \qquad (2.7)$$

Alors que l'équation (2.4) du monopole peut être réécrite :

$$D + p.\frac{dD}{dp} = 0 \qquad (2.8)$$

Et que s'il y avait *n* offreurs, l'équation du marché prendrait la forme :

$$D + n.p.\frac{dD}{dp} = 0 \qquad (2.9)$$

Il apparaît clairement que plus il y a d'offreurs, plus la quantité échangée *D* est élevée et plus le prix *p* est bas. Cournot montre que le profit individuel décroît également.

Que *p* et *n* soient liés par une relation mathématique simple a de quoi surprendre même ceux qui intuitivement les imaginent varier en sens inverse. Ce résultat est lié à la conception implicite de la concurrence qui anime Cournot : une concurrence désincarnée, purement mécanique et inaboutie. Elle sera critiquée en 1883 par un autre économiste mathématicien français, Joseph **Bertrand** ; à propos de l'arrêt des hostilités entre les duopoleurs au point E, il écrit : « Une objection se présente : dans cette hypothèse, aucune solution n'est possible, la baisse n'aurait pas de limite ; quel que soit en effet le prix commun adopté, si l'un des concurrents abaisse seul le sien, il attire à lui, en négligeant des exceptions sans importance, la totalité de la vente, et il doublera sa recette si son concurrent le laisse faire. Si les formules de Cournot masquent ce résultat évident, c'est que, par une singulière inadvertance, il y introduit sous le nom de D_1 et D_2, les quantités vendues par les deux concurrents, et que les traitant comme des variables indépendantes, il suppose que, l'une venant à changer par la volonté d'un des propriétaires, l'autre pourra rester constante. Le contraire est de toute évidence »[5]. La solution de Bertrand implique la vente au prix coûtant et donc l'absence de profit au-delà de la rémunération du capital incluse dans le coût.

Le scénario de Bertrand est plus convaincant. Si les offreurs ne brident pas la concurrence entre eux, quel que soit leur nombre, celle-ci élimine le profit. Cournot ne pouvait l'appréhender car ses firmes se focalisent sur la quantité offerte plutôt que sur le prix.

En 1889, Edgeworth reprendra le scénario de Bertrand mais en ajoutant l'hypothèse que les duopoleurs font chacun face à une limite de leur capacité de production. Selon lui, dans ce cas, le prix sera indéterminé.

Lorsque *n* tend vers l'infini (mathématiquement parlant), on arrive à la limite de cette concurrence croissante, la **concurrence indéfinie**. Cournot la définit ainsi : « …chacune des productions partielles D_k est insensible, non seulement par rapport à la production totale $D = F(p)$, mais aussi par rapport à la dérivée $F'(p)$, en sorte que la

[5] Bertrand [32] p. 503.

production partielle D_k pourrait être retranchée de D sans qu'il en résultât de variation appréciable dans le prix de la denrée »[6].

Une fois de plus, suivant la méthode consistant à annuler la dérivée (mais cette fois en tenant compte du coût), la maximisation du profit du producteur k est donnée par (2.10) :

$$D_k + [p - \varphi'_k(D_k)].dD/dp = 0 \qquad (2.10)$$
$$p - \varphi'_k(D_k) = 0 \qquad (2.11)$$

Si on considère que D_k est négligeable, on doit déduire de cette équation que l'expression à l'intérieur de la parenthèse est nulle, ce qu'indique (2.11). La conclusion est qu'en concurrence indéfinie, le prix s'égalise avec le coût marginal.

Cournot montre que si la fonction φ' est décroissante, c'est-à-dire si le coût diminue quand augmente la quantité produite, les concurrents réaliseront immanquablement des pertes qu'un monopole pourrait éviter, ce qui tuera la concurrence. Par la suite, il ne retiendra plus que l'hypothèse des coûts croissants.

*

Cournot s'intéresse encore à ce qu'il appelle le *revenu social* (qu'on appelle aujourd'hui couramment le revenu national). Il analyse le cas suivant : soit un produit *A* qui renchérit à cause de l'instauration d'une taxe forfaitaire sur la consommation ou à la suite de conditions de production moins favorable. Comme nous l'avons vu plus haut, le chiffre d'affaires sur le marché *A*, en passant de $p_0.D_0$ à $p_1.D_1$, pourra soit croître soit décroître. La variation que connaîtra le revenu social (hausse ou baisse) sera approximativement égale à celle du revenu collectif des producteurs de *A*. En effet, la demande des autres biens subit deux effets inverses :

- baisse due à l'appauvrissement des producteurs de *A*
- hausse car les consommateurs renoncent à acheter du *A* devenu plus cher.

Cournot montre que ces écarts se compensent. Mais la variation du revenu social ainsi déterminée est une variation purement NOMINALE. Dans tous les cas, le renchérissement considéré entraînera une baisse REELLE du revenu social : la hausse du prix a réduit de D_0 à D_1 la production annuelle de la denrée *A*, et par cela seul anéanti annuellement une valeur égale à $p_0.(D_0 - D_1)$.

Supposons maintenant un bien qui était libre (l'eau par exemple) et qui cesserait de l'être, vu sa raréfaction ; le revenu des agents qui se lanceraient dans sa production s'accroîtrait forcément et le revenu social avec lui. « Mais ce qu'il y a de paradoxal dans cet énoncé disparaît, lorsque l'on a égard à la distinction que nous avons faite dans ce chapitre entre la valeur réelle et la valeur nominale »[7]. Ce serait seulement le revenu social nominal, qui augmenterait.

[6] Cournot [64] p.69.
[7] Cournot [64] pp.110-111.